formatio
plurilingual · digital

Praxisbeitrag für Publikation Plurilingualität

Die Sprache der Zahlen: Mathematik sprachsensibel betrachten

Eva Meirer, Caroline Perle, Maria Stofner

Beschreibung und didaktische Zielsetzung

Die Umsetzung von Texten in mathematische Operationen steht bei der standardisierten, kompetenzorientierten Reifeprüfung im Unterrichtsfach Mathematik im Zentrum. Dabei ist es notwendig, dass Schülerinnen und Schüler den aufgabenspezifischen Kern aus dem Text herauslesen und erfolgreich in eine mathematische Handlung übersetzen. Daher liegt der Fokus der Unterrichtslektionen, welche als fächerübergreifende Kooperation der Unterrichtsfächer Mathematik und Deutsch angelegt sind, auf der sprachsensiblen Aufarbeitung von ausgewählten Beispielen der standardisierten Prüfungsaufgaben.

Vernetzung spielt eine wesentliche Rolle im Schulkonzept der formatio Privatschule und ist damit auf unterschiedlichen Ebenen verankert. In diesem Sinne sind auch die in diesem Praxisbeispiel vorgestellten Unterrichtseinheiten als vernetzt zu verstehen: Einerseits wurden die Lernmaterialien von Fachlehrpersonen der Unterrichtsfächer Mathematik und Deutsch in Kooperation erstellt, andererseits findet in der Maturaklasse eine Wochenlektion in Mathematik als Team-Teaching mit dem Fach Deutsch statt. Während die Lehrperson für Mathematik auch insofern im Lead ist, als sie ein Beispiel auswählt, das zum Lernstoff passt, bringt die Lehrperson für Deutsch die Perspektive der sprachlichen und sprachsensiblen Aufarbeitung ein. Der gemeinsame Mehrwert entsteht durch die sich ergänzenden Perspektiven der interdisziplinären Kooperation. Die Beispiele sind für das Team-Teaching ausgelegt, können jedoch auch von nur einer Fachlehrperson durchgeführt werden. Die Techniken, mathematische Aufgaben sprachsensibel aufzuarbeiten, können auch von der Fachlehrperson für das Fach Mathematik einfach

Meirer, Eva; Perle, Caroline & Stofner, Maria (2024): Die Sprache der Zahlen: Mathematik sprachsensibel betrachten. In: Allgäuer-Hackl, Elisabeth; Geiger, Daniel; Hufeisen, Britta; Meirer, Eva & Schlabach, Joachim (Hrsg.) (2024): *Using alli mini Sprocha – bien sûr ! Beiträge zum Schulentwicklungsprojekt „formatio·plurilingual·digital“*. Darmstadt: Technische Universität sowie Triesen: formatio Privatschule.
https://www.daf.tu-darmstadt.de/media/daf/dateien/fpd/sprache_der_zahlen.pdf

aufgegriffen und im Unterricht umgesetzt werden. Im vorliegenden Beitrag sollen unterschiedliche Herangehensweisen anhand von zwei Beispielen vorgestellt werden.

Steckbrief des Unterrichtsvorschlags

- Unterrichtsfach: Mathematik
- Teildisziplin: Differential- und Integralrechnung, funktionale Abhängigkeit, Wahrscheinlichkeitsverteilung
- Thema der Unterrichtseinheit: Anwendung der Differential- und Integralrechnung in sog. Bewegungsaufgaben sowie Anwendung der Stochastik in einem Anwendungsbeispiel
- Stufe: Oberstufengymnasium
- Zielgruppe: Maturaklasse (12./13. Schulstufe)
- Schlüsselbegriffe: Differentialrechnung, Integralrechnung, Strecke, Geschwindigkeit, Beschleunigung, lineare Funktion, Kraft, Arbeit, Normalverteilung, Wahrscheinlichkeit, Dichtefunktion
- Kompetenzen:
  - Verbal gegebene lineare Zusammenhänge als lineare Funktion angeben können
  - Den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion (bzw. Funktion und Stammfunktion) erkennen und beschreiben können
  - Die Ableitungsfunktion/das bestimmte Integral in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch Integral beschreiben können (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung)
  - Die Normalverteilung als Modell deuten können
- Zeitaufwand: je Beispiel 2 Lektionen
- Ergebnissicherung: Vollständig und ausführlich gerechnete Aufgabe
- Weiterführung/Anschlussmöglichkeiten/Vernetzung: Analyse von Bewegungsvorgängen, Vernetzung physikalischer Berechnungen im Rahmen der Astrophysik, Deutung weiterer Daten aus der Wahrscheinlichkeit, Erstellung eigener Normalverteilung und Überprüfung der Hypothesen

Unterrichtsbeispiele

Beispiel 1 (M1, M2 Saturn-V-Rakete)

Das Thema der Unterrichtseinheit ist als Bewegungsaufgabe in der kontextuellen Anwendung der Differential- und Integralrechnung verortet und damit in der

Abschlussklasse der gymnasialen Oberstufe ideal als Anwendungsbeispiel zu sehen. Für die Bearbeitung der Aufgaben werden verschiedene mathematische Grundkompetenzen benötigt, wie unter anderem die Berechnung von zurückgelegter Strecke und erreichter Beschleunigung, Erstellung funktionaler Zusammenhänge und Interpretation des Integrals im Sachzusammenhang. Durch das wiederholte Anwenden verschiedener sprachanalytischer, metalinguistischer und sprachsensibler Strategien lernen die Schülerinnen und Schüler sprachliche Muster kennen und wissen, wie diese strukturiert in mathematische Operationen übersetzt werden können.

Die Unterrichtseinheit gliedert sich in drei Teilgebiete: (1) Reduzierung der Angabe auf das Wesentliche, (2) Bestimmung der vorkommenden Operatoren und die damit einhergehende Handlungsanweisung und schließlich (3) die Berechnung bzw. mathematische Lösung der Aufgabe. Insgesamt stehen der Bearbeitung der Aufgabe zwei Lektionen (insgesamt 90 Minuten) zur Verfügung.

Aufgaben und Arbeitsanweisungen für Beispiel 1:

1. Einzelarbeit: Lies den Angabentext aufmerksam durch. (M1)
2. Teamarbeit: Fasst in Teams den Text so zusammen, dass nur noch die relevanten Informationen enthalten sind. Zeichnet eine Skizze einer Mehrstufenrakete. (M1)
3. Teamarbeit: Unterstreicht alle vorkommenden Operatoren und ordnet sie den Handlungskompetenzen zu. (M1 und M3)
4. Einzelarbeit: Löse die Aufgabe. (M1 und M2)

Zu Beginn der Unterrichtseinheit steht die Reduzierung der Aufgabe auf die wesentlichen Elemente, wobei die Schülerinnen und Schüler die vorkommenden Operatoren der Spalte Handlungsanweisungen (Anhang: M3_Operatoren/Handlungsanweisungen) beachten sollen. Durch die Identifizierung der Operatoren (Anhang: M6_Musterlösung Operatoren Saturn-V-Rakete) können sämtliche zu beantwortenden Fragestellungen/Anweisungen ermittelt werden.

Im Team fassen die Lernenden die Aufgabe so zusammen, dass nur noch die relevanten Informationen vorkommen. Anschließend werden diese reduzierten Aufgaben verglichen und eventuell angepasst.

Beispiel für einen Auszug einer reduzierten Aufgabenstellung eines Schülers aus der Abschlussklasse:

> Die Mehrstufenrakete Saturn V besteht aus mehreren Stufen. Am Anfang wiegt die Rakete $2{,}9 \cdot 10^6 kg$. Die erste Stufe verbrennt in 160 s und wog $2{,}24 \cdot 10^6 kg$. Die Geschwindigkeit zwischen 0s und 160s war

$$v(t) = 0{,}0000000283 \cdot t^5 - 0{,}00000734 \cdot t^4 + 0{,}000872 \cdot t^3 - 0{,}00275 \cdot t^2 + 2{,}27 \cdot t$$

Die Einheit der Geschwindigkeit ist m/s und der Zeit s.

a) Rechne die Beschleunigung am Anfang und nach 160s aus.

Rechne die Beschleunigung nach 80s aus. Rechne dann die mittlere Änderung der Geschwindigkeit zwischen 0s und 160s aus. Welcher Wert ist grösser? Begründe mithilfe einer Skizze vom Graphen der Geschwindigkeit.

Das Thema Raumfahrt ist für die Lernenden im Allgemeinen ein interessenbehaftetes Gebiet, sodass neben intrinsischer Motivation meist auch Vorwissen, an das angeknüpft werden kann, vorhanden ist.

Für die eigenständige Berechnung der Aufgabe stehen den Schülerinnen und Schülern neben dem gemeinsam erstellten und stets erweiterten Glossar, das die mathematischen Operationen aus dem Text einordnet, auch mathematische Strategien für die Lösung von besonders anspruchsvollen oder langen Textaufgaben zur Verfügung. Außerdem verfügen die Schülerinnen und Schüler über einen CAS-fähigen Rechner.

Beispiel 2 (M4, M5 Pfandflaschen)

Das zweite Beispiel bezieht sich auf das Thema Normalverteilung und insbesondere auf dessen Dichtefunktion und die grafische Deutung. Die Themen Wahrscheinlichkeit und Statistik spielen gerade im Hinblick auf Berichterstattung in Zeitungen, Online-Seiten und sozialen Medien eine wichtige Rolle. Die Interpretation grafisch dargestellter Daten ist damit eine wichtige Kompetenz.

Aufgaben und Arbeitsanweisungen für Beispiel 2

1. Teamarbeit: Erarbeitet in Teams den Unterschied zwischen der Binomialverteilung und der Normalverteilung in einfachen Worten.
2. Einzelarbeit: Lies die Aufgabe aufmerksam durch. (M4)
3. Einzelarbeit: Deute den markierten Flächeninhalt im gegebenen Sachzusammenhang. (M4 und M5)

Bevor die Aufgabe tatsächlich gelöst wird, sollen die Schülerinnen und Schüler für die Klasse im Nebenraum den Unterschied zwischen Binomialverteilung und Normalverteilung definieren und konkretisieren sowie in eigenen Worten ausdrücken. Ebenfalls soll der Unterschied zwischen dem Balkendiagramm und der Dichtefunktion erklärt werden.

Beispiel für eine Erklärung eines Schülers oder einer Schülerin aus der Abschlussklasse:

> Bei der Binomialverteilung gibt es drei wichtige Bedingungen: Es gibt nur zwei Möglichkeiten – z.B. funktioniert oder funktioniert nicht –, die Wahrscheinlichkeit bleibt immer gleich und die Versuche beeinflussen sich nicht gegenseitig. Bei der Normalverteilung gibt es unendlich viele Möglichkeiten, z.B. die Länge eines Nagels. Bei der Binomialverteilung ist die Zufallsvariable diskret, bei der anderen stetig. Wenn man die Binomialverteilung grafisch darstellen will, verwendet man das Balkendiagramm. Bei der Normalverteilung schaut die Kurve aus wie eine Glocke und heißt Gauß-Kurve. Wenn man die Binomialverteilung ganz oft ausführt, schaut das Balkendiagramm immer mehr wie die Gauß-Kurve aus.

Anschließend soll eine mögliche Deutung des Flächeninhalts formuliert werden, welche dann verglichen wird. An dieser Stelle bietet es sich an, unklare oder falsche Formulierungen vorzugeben, welche dann richtiggestellt werden müssen.

Materialien

M 1: Saturn-V-Rakete

M 2: Musterlösung Saturn-V-Rakete

M 3: Operatoren/Handlungsanweisungen (Anhang 1)

M 4: Pfandflaschen

M 5: Musterlösung Pfandflaschen

M 6: Musterlösung Operatoren Saturn-V-Rakete (Anhang 2)

Methoden

Teamarbeit, Frontalinput der Lehrperson, Einzelarbeit

Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler

Als wesentlicher Teil der iterativen Qualitätsentwicklung werden die Schülerinnen und Schüler regelmäßig anonym zum Unterricht befragt. Die Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler zu den hier vorgestellten, vernetzten Einheiten „Language & Math“ waren insgesamt konstant positiv. So sprachen sich alle befragten Schülerinnen und Schüler dafür aus, die Team-Teaching Lektion längerfristig in der Maturaklasse beizubehalten. Rund vier von fünf der befragten Lernenden gaben darüber hinaus an, dass sie das Konzept von „Language & Maths“ für alle Oberstufenklassen – und nicht nur für die Maturaklasse – als sinnvoll erachteten. Rund 60% der Befragten schätzten die sprachsensiblen Strategien zur Lösung von Anwendungsbeispielen als sehr gewinnbringend ein.

Reflexion der Fachlehrpersonen

Insgesamt schätzen die Fachlehrpersonen für Mathematik und Deutsch die Kooperation als auf mehreren Ebenen gewinnbringend ein. Insbesondere rückt die Aufarbeitung von Lernmaterial mit fachlich differenzierten Perspektiven den Aufbau der Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler ins Zentrum des didaktischen Prozesses. Mit dem zweiten Jahr der Durchführung konnten bestimmte Kriterien für die Auswahl der Aufgaben geklärt und damit ein vereinfachtes Auswahlverfahren ermöglicht werden. Auch dabei spielen die Schülerinnen und Schüler eine zentrale Rolle: Lernende empfinden längere Textaufgaben und Aufgaben, die eine Deutung, Interpretation und auch Argumentation fordern, als eindeutig anspruchsvoller als kürzere Texte. Durch die gezielte Auswahl und aufbauende Aufarbeitung dieser Aufgaben wird ein kontinuierlicher Kompetenzaufbau ermöglicht und sichergestellt.

Literatur

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (2011): *Praxishandbuch Angewandte Mathematik BHS. Auf dem Weg zur standardisierten kompetenzorientierten Reife- und Diplomprüfung*, Wien: Zentrum für Innovation & Qualitätsentwicklung.

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (o.J.): Aufgabenpool. Saturn-V-Rakete. https://prod.aufgabenpool.at/amn/Typ-2/323/Saturn-V-Rakete.pdf (14.08.2023).

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (o.J.): Aufgabenpool. Pfandflaschen. https://aufgabenpool.at/ahs/Typ-1/413/Pfandflaschen.pdf (14.08.2023).

Anhang 1: M3_Operatoren/Handlungsanweisungen

Es werden die folgenden Signalworte vorgeschlagen und erklärt:

Handlungs-anweisung	Handlungs-kompetenz	Beschreibung	Beispiel
Modellieren/ Modellbilden	A Modellieren	▪ zu einem anwendungsbezogenen oder innermathematischen Problem ein Modell in Form einer Gleichung, einer Funktion oder einer Grafik finden ▪ eine Formel oder Gleichung entwickeln	▪ *Modellieren Sie* ein Verfahren, mit dem man die irrationale Zahl $\sqrt{2}$ auf dem Zahlenstrahl positionieren kann. ▪ *Bilden Sie* ein lineares *Modell* ...
Aufstellen	A Modellieren	▪ mathematische Darstellungen (z. B. eine Gleichung) finden und für das Problem adaptieren ▪ einen Sachverhalt als Gleichung oder Gleichungssystem formulieren	▪ *Stellen Sie* eine Funktionsgleichung *auf*, die ... beschreibt. ▪ *Stellen Sie* eine Gleichung *auf*, die diesen Sachverhalt beschreibt. ▪ *Stellen Sie* ein lineares Gleichungssystem *auf*, das diese Mischaufgabe beschreibt.
Angeben	A Transferieren	▪ eine Problemstellung in einen mathematischen Ausdruck überführen	▪ *Geben Sie* eine Gleichung an, die diesen Zusammenhang beschreibt. ▪ *Geben Sie an*, welcher Funktionsterm der Darstellung entspricht.
Erstellen	A Modellieren	▪ einen Sachverhalt in ein grafisches oder tabellarisches Modell übersetzen	▪ *Erstellen Sie* eine Tabelle, die diesen Sachverhalt darstellt. ▪ *Erstellen Sie* ein Balkendiagramm, das diesen Sachverhalt darstellt.
Transferieren/ Übersetzen	A Transferieren	▪ alltagssprachliche bzw. berufsspezifische Formulierungen in die Sprache der Mathematik übersetzen	▪ *Übertragen Sie* den folgenden Text in eine passende Grafik. ▪ *Übersetzen Sie* ... in einen mathematischen Ausdruck.
Übertragen/ Finden	A Transferieren	▪ Übertragen eines Sachverhalts in ein passendes mathematisches Modell	▪ *Übertragen Sie* den Text in ein passendes Modell ... ▪ *Finden Sie* zu ... einen passenden Funktionsterm.
Berechnen	B Operieren	▪ numerische Werte von einem Ansatz ausgehend unter Umständen auch mit Technologieeinsatz gewinnen bzw. algebraische Symbole durch Umformen mit gezielten Rechenschritten ermitteln	▪ *Berechnen Sie* die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses ... ▪ *Berechnen Sie* mit *Technologieeinsatz* den Flächeninhalt ... ▪ *Berechnen Sie* aus der Formel ... die Abhängigkeit der Größe ... von der Größe ...
Lösen	B Operieren	▪ numerische Werte von einer Gleichung/einem Ansatz ausgehend gewinnen	▪ *Lösen Sie* die Differentialgleichung.

Bestimmen	B Operieren	▪ Werte (nicht zwingend numerisch) von einem Ansatz ausgehend gewinnen	▪ *Bestimmen Sie* die Biegelinie ...
Ermitteln	B Operieren	▪ Berechnung mithilfe einer Grafik oder numerisch	▪ *Ermitteln Sie* das Maximum …
Schätzen	B Operieren	▪ ungefähre numerische Werte durch Abschätzen und Runden gewinnen	▪ *Schätzen Sie* ungefähr ab, wie weit ...
Darstellen/ Zeichnen	B Operieren	▪ grafische Darstellung eines Sachver-haltes von einem Ansatz ausgehend	▪ *Stellen Sie* den ... grafisch dar. ▪ *Zeichnen Sie* den Graphen von ...
Umformen	B Operieren	▪ eine Formel nach einer Größe explizit umformen	▪ *Formen Sie* die Formel nach der Variablen A um.
Untersuchen	B Operieren	▪ anhand von Testvorschriften/ Funktionen Eigenschaften von Daten/Funktionen ... ermitteln	▪ *Untersuchen Sie*, ob die gegebenen Daten normalverteilt sind.

Interpretieren	C Interpretieren	▪ mathematisch formale Ergebnisse und Abhängigkeiten auf einen inhaltlichen Bezug rückführen ▪ den Einfluss von Parametern abschätzen und beschreiben	▪ *Interpretieren Sie* das Ergebnis in Bezug auf ... ▪ *Interpretieren Sie* den Graphen in Bezug auf ... ▪ *Interpretieren Sie* den Unterschied ...
Vergleichen	C Interpretieren	▪ mathematische Zusammenhänge erkennen und etwaige Gemeinsam-keiten/Unterschiede in Fachsprache ausdrücken	▪ *Vergleichen Sie* die funktionalen Zusammenhänge hinsichtlich ...
Dokumentieren	C Interpretieren	▪ den Lösungsweg und die Lösung in Worten oder über Tabellen, Grafiken oder Skizzen beschreiben ▪ einen Lösungsweg exakt mathema-tisch darstellen	▪ *Dokumentieren Sie* die Abhängigkeit ... anhand einer Skizze. ▪ *Dokumentieren Sie* das Ergebnis anhand einer zeichengenauen Grafik. ▪ *Dokumentieren Sie* Ihren Lösungs-ansatz. ▪ *Dokumentieren Sie* Ihren Lösungs-weg. ▪ *Dokumentieren Sie* Ihr Ergebnis.

Argumentieren	D Argumentieren	▪ mathematische Denkschritte entwickeln, ausarbeiten und reflektieren ▪ eine Begründung für eine Entschei-dung oder einen Sachverhalt angeben	▪ *Argumentieren Sie*, weshalb die Funktion ... bei $x = 0$ ein Extremum hat. ▪ *Argumentieren Sie*, warum „unend-lich“ keine Zahl ist.

Erklären	D Argumentieren	■ Vermutungen formulieren und begründen ■ mithilfe mathematischer Fachsprache Vorgangsweisen in einer Berechnung erklären	■ *Erklären Sie,* wie sich die Größe ... ändert, wenn sich die Größe ... verdoppelt.
Begründen	D Argumentieren	■ den Einsatz mathematischer Modelle und Rechenverfahren erläutern und begründen	■ *Begründen Sie*, warum Sie sich für die Abbildung ... entschieden haben.
Zeigen/ Nachweisen/ Beweisen	D Argumentieren	■ erwartet eine Beweisführung über Einsetzen, Widerlegen oder indirekten Beweis	■ *Zeigen Sie*, dass die Funktion keine Extremstellen hat.
Beschreiben	D Argumentieren	■ wörtliche oder grafische Beschreibung eines Vorgangs oder Sachverhaltes	■ *Beschreiben Sie*, wie Sie ein Quadrat in zwei rechtwinkelige Dreiecke teilen können.

formatio
plurilingual · digital

Anhang 2: M6_Musterlösung Operatoren Saturn-V-Rakete

Saturn-V-Rakete

Aufgabennummer: 2_025	Prüfungsteil: Typ 1 ☐	Typ 2 ☒

Grundkompetenzen: AG 2.1, FA 2.1, FA 4.3, AN 1.1, AN 1.3, AN 3.3, AN 4.3

☐ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☒ besondere Technologie erforderlich

Eine Mehrstufenrakete besteht aus mehreren, oft übereinander montierten „Raketenstufen". Jede Raketenstufe ist eine separate Rakete mit Treibstoffvorrat und Raketentriebwerk. Leere Treibstofftanks und nicht mehr benötigte Triebwerke werden abgeworfen. Auf diese Weise werden höhere Geschwindigkeiten und somit höhere Umlaufbahnen als mit einstufigen Raketen erreicht.
Die Familie der Saturn-Raketen gehört zu den leistungsstärksten Trägersystemen der Raumfahrt, die jemals gebaut wurden. Sie wurden im Rahmen des Apollo-Programms für die US-amerikanische Raumfahrtbehörde NASA entwickelt. Die Saturn V ist die größte jemals gebaute Rakete. Mithilfe dieser dreistufigen Rakete konnten in den Jahren 1969 bis 1972 insgesamt 12 Personen auf den Mond gebracht werden. 1973 beförderte eine Saturn V die US-amerikanische Raumstation Skylab in eine Erdumlaufbahn in 435 km Höhe.
Eine Saturn V hatte die Startmasse $m_0 = 2{,}9 \cdot 10^6$ kg. Innerhalb von 160 s nach dem Start wurden die $2{,}24 \cdot 10^6$ kg Treibstoff der ersten Stufe gleichmäßig verbrannt. Diese ersten 160 s werden als Brenndauer der ersten Stufe bezeichnet. Die Geschwindigkeit $v(t)$ (in m/s) einer Saturn V kann t Sekunden nach dem Start während der Brenndauer der ersten Stufe näherungsweise durch die Funktion v mit

$$v(t) = 0{,}0000000283 \cdot t^5 - 0{,}00000734 \cdot t^4 + 0{,}000872 \cdot t^3 - 0{,}00275 \cdot t^2 + 2{,}27 \cdot t$$

beschrieben werden.

Aufgabenstellung:

a) Berechnen Sie die Beschleunigung einer Saturn V beim Start und am Ende der Brenndauer der ersten Stufe!

Geben Sie an, ob die Beschleunigung der Rakete nach der halben Brenndauer der ersten Stufe kleiner oder größer als die mittlere Beschleunigung (= mittlere Änderungsrate der Geschwindigkeit) während der ersten 160 Sekunden des Flugs ist! Begründen Sie Ihre Antwort anhand des Graphen der Geschwindigkeitsfunktion!

b) Berechnen Sie die Länge des Weges, den eine Saturn V 160 s nach dem Start zurückgelegt hat!

Begründen Sie, warum in dieser Aufgabenstellung der zurückgelegte Weg nicht mit der Formel „Weg = Geschwindigkeit mal Zeit" berechnet werden kann!

c) Berechnen Sie denjenigen Zeitpunkt t_1, für den gilt: $v(t_1) = \frac{v(0) + v(160)}{2}$.

Interpretieren Sie t_1 und $v(t_1)$ im gegebenen Kontext!

d) Beschreiben Sie die Abhängigkeit der Treibstoffmasse m_T (in Tonnen) der Saturn V von der Flugzeit t während der Brenndauer der ersten Stufe durch eine Funktionsgleichung!

Geben Sie die prozentuelle Abnahme der Gesamtmasse einer Saturn V für diesen Zeitraum an!

e) Nach dem Gravitationsgesetz wirkt auf eine im Abstand r vom Erdmittelpunkt befindliche Masse m die Gravitationskraft $F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$, wobei G die Gravitationskonstante und M die Masse der Erde ist.

Deuten Sie das bestimmte Integral $\int_{r_1}^{r_2} F(r)\,\mathrm{d}r$ im Hinblick auf die Beförderung der Raumstation Skylab in die Erdumlaufbahn und beschreiben Sie, welche Werte dabei für die Grenzen r_1 und r_2 einzusetzen sind!

Begründen Sie anhand der Formel für die Gravitationskraft, um welchen Faktor sich das bestimmte Integral $\int_{r_1}^{r_2} F(r)\,\mathrm{d}r$ ändert, wenn ein Objekt mit einem Zehntel der Masse von Skylab in eine Umlaufbahn derselben Höhe gebracht wird!

Legende Handlungskompetenz:

- Modellieren und Transferieren
- Operieren
- Interpretieren
- Argumentieren